

# CAHIER DU LAMSADE

Laboratoire d'Analyse et Modélisation de Systèmes pour l'Aide à la Décision

(Université Paris-Dauphine)

Equipe de Recherche Associée au C.N.R.S. N° 656

MANUEL D'UTILISATION DU PROGRAMME ELECTRE III

N° 35-1980

Rédaction :  
Y.A. BERNABEU

juillet 1980

## SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
<u>ABSTRACT</u>	1
<u>RESUME</u>	1
<u>0. INTRODUCTION</u>	2
<u>I. METHODE</u>	3
I.1 Construction d'une relation de surclassement floue	3
I.1.1 Nature des données	3
I.1.2 Degrés de crédibilité associés à chaque pseudo-critère	5
I.1.3 Agrégation des préférences partielles en une relation binaire floue unique	8
I.1.4 Calcul des indices de discordance	9
I.1.5 La relation de surclassement floue	11
I.2 Algorithme de classement	13
I.2.1 Nature des données	13
I.2.2 Principe général de la méthode	15
I.2.3 Le concept de $\lambda$ -qualification	16
I.2.4 Le processus de distillation sur un ensemble $B \subset A$	19
<u>II. UTILISATION DU PROGRAMME</u>	22
II.1 Information sur les données nécessaires	25
II.1.1 Les évaluations des actions	25
II.1.2 Les seuils d'indifférence et de préférence stricte	25
II.1.3 Le seuil de veto	26
II.1.4 Le seuil de discrimination	26
II.2 Lecture des données	28
II.2.1 Règles	28
II.2.2 Lecture	29
II.2.3 Bordereau de données pour l'exemple de référence	33
II.3 Impression des résultats	36
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	41

## ELECTRE III : USER'S GUIDE

### Abstract

The method ELECTRE III, proposed by B. ROY is the most recent multi-criteria methods based on the concept of outranking relation. Giving a finite set of actions and the corresponding valuations on a consistent family of pseudo-criteria, ELECTRE III first aggregates these partial preferences into a fuzzy outranking relation and then uses this relation to define two different preorders. The first one is obtained by starting down the selection with the best actions and then the following ones ; the second one is obtained by selecting up at the beginning the worst actions and then the following ones. The intersection of the two preorders is a partial preorder (cf. ELECTRE II) which enhances the most strongly part of the global aggregated preference. In this paper, we briefly present the basement of this method and the way to use the corresponding computer program.

## MANUEL D'UTILISATION DU PROGRAMME ELECTRE III

### Résumé

La méthode ELECTRE III, élaborée par B. ROY [6] est la dernière née des méthodes multicritères fondées sur le concept de relation de surclassement. Partant d'un ensemble fini d'actions évaluées sur une famille cohérente de pseudo-critères, elle permet d'agrèger ces préférences partielles en une relation de surclassement flou puis exploite ce surclassement flou en construisant deux préordres différents : le premier est obtenu de façon descendante en sélectionnant tout d'abord les meilleures actions puis les suivantes ; le second, au contraire, est un préordre ascendant obtenu en sélectionnant, en premier lieu, les actions les plus mauvaises. Comme dans ELECTRE II, l'intersection de ces deux préordres est un préordre partiel qui ne révèle que la partie la plus solide de la préférence globale obtenue par agrégation. Dans ce cahier, nous présentons brièvement les fondements de la méthode puis le mode d'utilisation du programme informatique.

## 0. INTRODUCTION

La dernière née des méthodes "ELECTRE", ELECTRE III (B. ROY [6]) se propose de répondre à la problématique suivante :

Etant donné un ensemble  $A$  fini d'actions évaluées sur une famille cohérente de critères (B. ROY [4], [5]), départager  $A$  en classes d'équivalence et fournir un rangement exprimant, en termes plus ou moins nuancés, les positions relatives de ces classes.

Pour ce faire, ELECTRE III procède en deux étapes :

1) Agrégation des préférences partielles (sur chaque critère) en une relation de surclassement floue.

2) A partir de cette relation de surclassement floue, rangement de l'ensemble des actions.

Dans ce cahier, nous proposons de présenter dans une première partie les fondements théoriques de la méthode (\*) puis, dans une deuxième partie, nous exposerons le mode d'utilisation du programme.

Nous nous appuierons tout au long de l'exposé sur un exemple concret.

---

(\*) Pour une informations plus fournie sur la méthode, se reporter à l'article de B. ROY ([6]).

## I. METHODE

### I.1 Construction d'une relation de surclassement floue

#### I.1.1 Nature des données

Soit A un ensemble d'actions.  $|A| = n.$

Soit F une famille cohérente de critères.

$F = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}$   $|F| = m.$

Chaque action  $a \in A$  est évaluée sur l'ensemble des critères. On associe donc à  $a \in A$  un vecteur  $\underline{g}(a) = (g_1(a), g_2(a), \dots, g_m(a)).$

De plus, ces évaluations sont obtenues avec une plus ou moins grande précision. On n'a donc pas des vrais critères mais des pseudo-critères.

Pseudo-critère : pour tout critère  $g_j$ , on définit un couple  $(q_j, s_j)$  tel que :

$$q_j \leq s_j$$

et où :

$q_j$  est le seuil d'indifférence,  
 $s_j$  est le seuil de préférence stricte.

Il vient alors que, pour une paire d'actions  $(a, a')$ , la préférence partielle suivant le pseudo-critère  $g_j$  s'exprime de la façon suivante :

- si  $g_j(a) - g_j(a') > s_j(g_j(a))$ ,  $a$  est préféré à  $a'$   
 si  $q_j < g_j(a) - g_j(a') \leq s_j(g_j(a))$ ,  $a$  est faiblement préféré à  $a'$   
 si  $0 < g_j(a) - g_j(a') \leq q_j(g_j(a))$ ,  $a$  est indifférent à  $a'$ .

Enfin, on dote la famille de critères  $F$  d'une pondération

$$\underline{p} = (p_1, p_2, \dots, p_m) \text{ avec } \sum_{j=1}^m p_j = 1 \quad p_j > 0 \quad \forall j$$

qui exprime l'importance relative des différents pseudo-critères.

### EXEMPLE DE REFERENCE

\* Tableau d'évaluation

ACTIONS	C R I T E R E S				
	1	2	3	4	5
$a_1$	0.75	0.75	0.60	0.50	0.50
$a_2$	0.50	0.50	0.60	0.70	0.70
$a_3$	0.75	0.75	0.30	0.70	0.50
$a_4$	0.60	0.60	0.30	0.70	0.10
$a_5$	0.60	0.60	0.60	0.50	0.10
$a_6$	0.75	0.75	0.50	0.50	0.50
$a_7$	0.50	0.50	0.70	0.70	0.70
$a_8$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
$a_9$	0.50	0.50	0.30	0.70	0.50

TABLEAU 1

\* Définition des pseudo-critères

$$\forall j \quad \begin{aligned} s_j(g_j(a)) &= 0.25 g_j(a) \\ q_j(g_j(a)) &= 0.05 \end{aligned}$$

Sur le critère 1 par exemple, on voit bien que

$a_1$  est préféré à  $a_2, a_7, a_8$  et  $a_9$   
 $a_1$  est faiblement préféré à  $a_4, a_5$   
 $a_1$  est indifférent à  $a_3$  et  $a_6$ .

\* Pondération des pseudo-critères

On suppose ici que tous les critères sont d'égale importance.

On pourra poser :

$$p_j = 1/5 \quad \forall j = 1, 2, \dots, 5$$

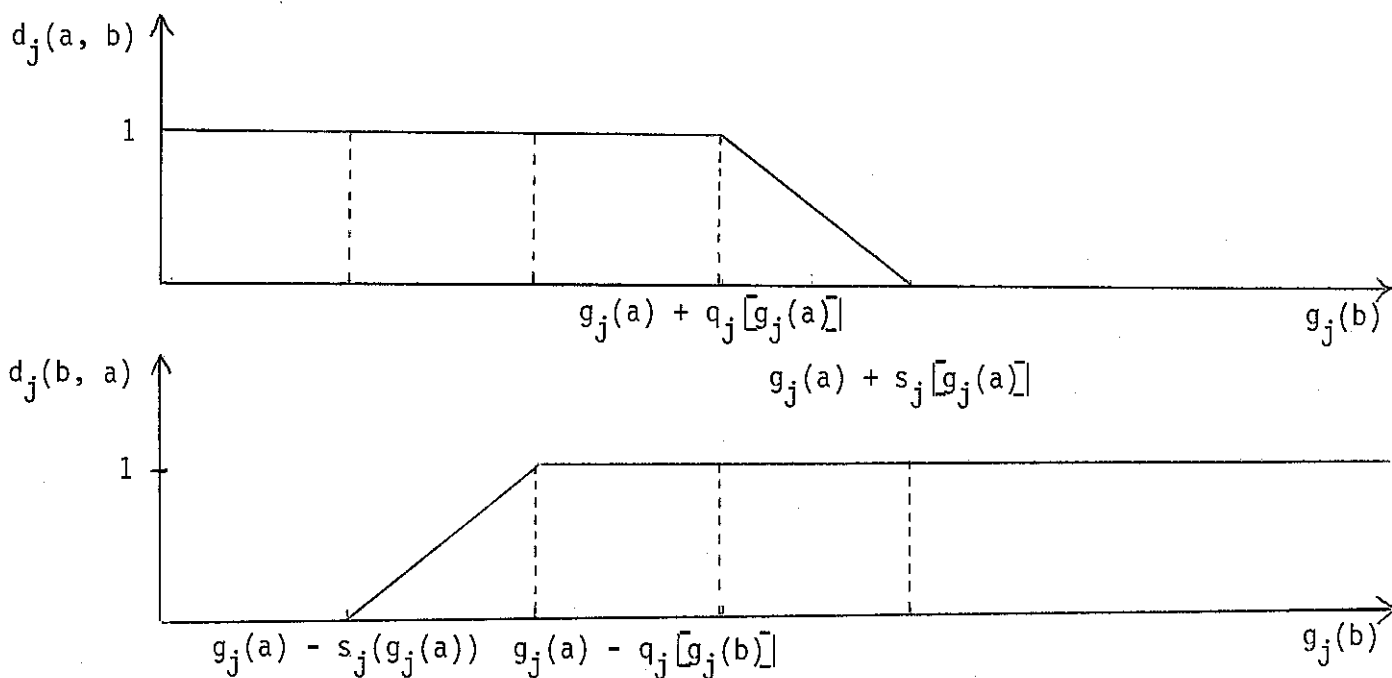
I.1.2 Degrés de crédibilité associés à chaque pseudo-critère

Il s'agit de substituer au modèle unidimensionnel que constitue un pseudo-critère  $j$  un modèle équivalent prenant la forme d'une relation binaire floue dont la fonction caractéristique  $d_j$  prend ses valeurs dans  $[0, 1]$ .

Reprenant la définition du pseudo-critère (§ I.1.1), ce degré de crédibilité spécifique au critère  $j$  peut être visualisé de la façon suivante :

Soit une paire d'actions  $(a, b)$  ; on cherche les valeurs  $d_j(a, b)$  et  $d_j(b, a)$  qui expriment dans quelle mesure on peut affirmer que, sur le critère  $j$ , respectivement  $a$  est préféré à  $b$  et  $b$  est préféré à  $a$ .

En utilisant les seuils et le principe de l'approximation linéaire, on obtient :



Autrement dit :

- Dans le cas où  $q_j[g_j(a)] = s_j[g_j(a)]$  (pas de préférence faible), on aura :

et  $d_j(a, b) = 1$  }  
 $d_j(b, a) = 0$  } si a est strictement préféré à b

et  $d_j(a, b) = 1$  }  
 $d_j(b, a) = 1$  } si a est indifférent à b.

- Dans le cas où  $q_j[g_j(a)] \neq s_j[g_j(a)]$  si a est faiblement préféré à b, on a :



$d_j(a, b) = 1$   
 tandis que  $d_j(b, a)$  est obtenu par interpolation linéaire

$$d_j(b, a) = \frac{s_j [g_j(b)] - [g_j(a) - g_j(b)]}{s_j [g_j(b)] - q_j [g_j(b)]}$$

la formule générale étant :

$$d_j(a, b) = \frac{s_j [g_j(a)] - \text{Min}[g_j(b) - g_j(a), s_j [g_j(a)]]}{s_j [g_j(a)] - \text{Min}[g_j(b) - g_j(a), q_j [g_j(a)]]}$$

### EXEMPLE DE REFERENCE

On obtient le tableau suivant pour le critère 1 :

Degré de crédibilité spécifique au critère 1

ACTIONS	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
a <sub>1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a <sub>2</sub>	0	1	0	0.33	0.33	0	1	1	1
a <sub>3</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a <sub>4</sub>	0	1	0	1	1	0	1	1	1
a <sub>5</sub>	0	1	0	1	1	0	1	1	1
a <sub>6</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
a <sub>7</sub>	0	1	0	0.33	0.33	0	1	1	1
a <sub>8</sub>	0	1	0	0.33	0.33	0	1	1	1
a <sub>9</sub>	0	1	0	0.33	0.33	0	1	1	1

TABLEAU 2

$$\text{Calculons } d_1(a_2, a_4) = \frac{(0.50 \times 0.25) - \text{Min}[0.60 - 0.50, 0.50 \times 0.25]}{(0.50 \times 0.25) - \text{Min}[0.60 - 0.50, 0.05]}$$

$$d_1(a_2, a_4) = \frac{0.125 - 0.10}{0.125 - 0.05} = \frac{0.025}{0.075} = 0.33$$

### I.1.3 Agrégation des préférences partielles en une relation binaire floue unique

Les préférences partielles sur les  $m$  critères étant ainsi modélisées en  $m$  relations binaires floues, il reste à agréger ces préférences partielles en une nouvelle et unique relation binaire floue qui est concrétisée par le calcul d'un indice de concordance.

Pour chaque paire d'actions  $(a, b)$ , cet indice de concordance  $C(a, b)$  exprime de façon synthétique (en tenant compte de l'importance relative des critères) "dans quelle mesure les  $m$  relations de préférences partielles concordent avec l'assertion "a est au moins aussi bon que b".

Cet indice de concordance est calculé d'après la formule :

$$C(a, b) = \sum_{j=1}^m p_j d_j(a, b)$$

#### EXEMPLE DE REFERENCE

Dans notre exemple, les résultats obtenus sont les suivants :

## Indice de concordance

ACTIONS	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
a <sub>1</sub>	1	0.60	0.80	0.80	1	1	0.50	1	0.80
a <sub>2</sub>	0.60	1	0.60	0.73	0.73	0.60	0.90	1	1
a <sub>3</sub>	0.80	0.60	1	1	0.80	0.80	0.60	0.80	1
a <sub>4</sub>	0.20	0.60	0.40	1	0.80	0.20	0.60	0.60	0.80
a <sub>5</sub>	0.40	0.60	0.20	0.80	1	0.40	0.50	0.80	0.60
a <sub>6</sub>	0.87	0.47	0.80	0.80	0.87	1	0.40	1	0.80
a <sub>7</sub>	0.60	1	0.60	0.73	0.73	0.60	1	1	1
a <sub>8</sub>	0.47	0.47	0.40	0.53	0.60	0.60	0.40	1	0.80
a <sub>9</sub>	0.40	0.60	0.60	0.73	0.53	0.40	0.60	0.80	1

TABLEAU 3

I.1.4 Calcul des indices de discordance

La relation de concordance ainsi définie doit être affaiblie par la notion de discordance. En effet, même si tous les critères sauf un,  $j_0$ , concordent avec l'assertion "a est au moins aussi bon que b", il se peut que l'écart  $g_{j_0}(b) - g_{j_0}(a)$  soit si grand qu'il devienne impossible de ne pas en tenir compte.

A cet effet, il est nécessaire de calculer, pour chaque paire d'actions (a, b), un ensemble d'indices :

$$\{D_j(a, b), \forall j = 1, 2, \dots, m\}.$$

Chaque valeur  $D_j(a, b)$  exprime "dans quelle mesure le critère j réfute (entre en discordance avec) l'assertion "a est au moins aussi bon que b" globalement".

Pour ce faire, il faut définir des données supplémentaires : les seuils de veto.

Données : Pour chaque critère  $g_j$ , on définit de façon volontariste la valeur  $v_j[g_j(a)]$  de la différence  $g_j(b) - g_j(a)$  à partir de laquelle on doit refuser toute crédibilité à l'assertion "a au moins aussi bon que b", c'est-à-dire au "surclassement de b par a".

Pour  $g_j(b) - g_j(a) \geq v_j[g_j(a)]$ , on aura donc  $D_j(a, b) = 1$ .

Pour  $g_j(b) - g_j(a) < s_j[g_j(a)]$ ,  $D_j(a, b) = 0$  car  $d_j(a, b) > 0$ .

Pour  $g_j(b) - g_j(a) \in [s_j[g_j(a)], v_j[g_j(a)]]$  interpolation linéaire

suivant la formule 
$$D_j(a, b) = \frac{g_j(b) - g_j(a) - s_j[g_j(a)]}{v_j[g_j(a)] - s_j[g_j(a)]}$$

D'où la formule générale :

$$D_j(a, b) = \text{Min} \left[ 1, \text{Max} \left( 0, \frac{g_j(b) - g_j(a) - s_j[g_j(a)]}{v_j[g_j(a)] - s_j[g_j(a)]} \right) \right]$$

#### EXEMPLE DE REFERENCE

On pose  $v_j[g_j(a)] = 0.15 + 0.25 g_j(a) \quad \forall j = 1, 2, \dots, 5$ .

Calculons par exemple  $D_1(a_2, a_3)$  :

$$D_1(a_2, a_3) = \text{Min} \left[ 1, \text{Max} \left( 0, \frac{0.25 - 0.125}{0.275 - 0.125} \right) \right] = \frac{0.125}{0.15} = 0.83$$

On obtient le tableau suivant :

## Indice de discordance par rapport au critère 1

ACTIONS	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
a <sub>1</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>2</sub>	0.83	0	0.83	0	0	0.83	0	0	0
a <sub>3</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>4</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>5</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>6</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a <sub>7</sub>	0.83	0	0.83	0	0	0.83	0	0	0
a <sub>8</sub>	0.83	0	0.83	0	0	0.83	0	0	0
a <sub>9</sub>	0.83	0	0.83	0	0	0.83	0	0	0

TABLEAU 4

I.1.5 La relation de surclassement floue

La relation de surclassement floue, caractérisée pour chaque paire d'actions (a, b) par un degré de crédibilité  $d(a, b)$ , exprime finalement "dans quelle mesure a surclasse b ("a est au moins aussi bon que b") globalement compte tenu des indices de discordance".

Le degré de crédibilité  $d(a, b)$  n'est autre que l'indice de concordance  $C(a, b)$  affaibli par les indices de discordance  $D_j(a, b) \forall j$ .

Cependant, un indice de discordance  $D_j(a, b)$  ne contribue à l'affaiblissement de  $C(a, b)$  que s'il est suffisamment grand, c'est-à-dire si la condition suivante est remplie :

$$D_j(a, b) > C(a, b).$$

En supposant encore une fois le principe de l'approximation linéaire, on a la formule générale :

$$- \text{ Si } \bar{F}(a, b) = \{j \in F, d_j(a, b) > C(a, b)\} = \emptyset \\ d(a, b) = C(a, b).$$

$$- \text{ Si } \bar{F}(a, b) \neq \emptyset$$

$$d(a, b) = C(a, b) \cdot \prod_{j \in \bar{F}(a, b)} \frac{1 - D_j(a, b)}{1 - C(a, b)}$$

On obtient donc enfin la relation de surclassement floue caractérisée par le degré de crédibilité  $d$ .

#### EXEMPLE DE REFERENCE

La relation de surclassement floue obtenue figure sur le tableau 5.

Degré de crédibilité du surclassement

ACTIONS	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>
a <sub>1</sub>	1	0.6	.8	.8	1	1	.5	1	.8
a <sub>2</sub>	0.10	1	0.10	0.73	0.73	0.10	0.90	1	1
a <sub>3</sub>	0	0	1.	1.	0	0.67	0	0.67	1
a <sub>4</sub>	0	0	0	1	0	0	0	0	0
a <sub>5</sub>	0	0	0	0.80	1	0	0	0	0
a <sub>6</sub>	0.87	0.41	0.80	0.80	0.87	1	0.23	1	0.8
a <sub>7</sub>	0.10	1	0.10	0.73	0.73	0.10	1	1	1
a <sub>8</sub>	0.05	0.41	0.03	0.59	0.60	0.10	0.23	1	0.80
a <sub>9</sub>	0	0	0.10	0.73	0.0	0.01	0	0.67	1

TABLEAU 5

## I.2 Algorithme de classement

### I.2.1 Nature des données

\* L'algorithme de classement d'ELECTRE III fonctionne à partir d'une relation de surclassement floue. Cette relation de surclassement peut être obtenue par la méthode décrite précédemment à partir d'un tableau d'évaluation des actions sur une famille de pseudo-critères.

Cependant, d'autres méthodes de construction d'une relation de surclassement floue peuvent être utilisées suivant la nature des données de base recueillies ([1], [2], [3], [7]).

\* Le degré de crédibilité calculé de l'une ou l'autre manière sera lui-même considéré comme un précritère. Il faut donc se doter d'un seuil de discrimination  $s(\lambda)$  qui permettra de comparer des degrés de crédibilité.

Ainsi, si  $d(a, b) \geq d(c, d) + s(d(a, b))$ , on pourra affirmer que le surclassement de  $b$  par  $a$  est significativement plus crédible que le surclassement de  $d$  par  $c$ .

On se dote ainsi d'un moyen de comparer non pas les actions mais, d'une certaine façon, les paires d'actions par l'intermédiaire du degré de crédibilité du surclassement  $d$ .

On sait qu'une relation de surclassement floue peut être considérée comme équivalente à une famille de relations de surclassement triviales. C'est sur cette constatation qu'est basé l'algorithme de classement d'ELECTRE III et c'est ce seuil  $s(\lambda)$  qui permettra, comme on le verra, de fixer les différents niveaux de signification du degré de crédibilité, c'est-à-dire de construire les familles de relations de surclassement triviales pertinentes pour obtenir le classement.

EXEMPLE DE REFERENCE

Etant donné le tableau 5 (§ I.1.5) et si l'on pose

$$s(\lambda) = 0.30 - 0.15 \lambda,$$

on peut considérer que tous les surclassements tels que

$$1 - s(\lambda) < d(a, b) \leq 1$$

sont aussi crédibles les uns que les autres. Soit, si  $0.70 \leq d(a, b) \leq 1$ . Il vient alors que, pour  $\lambda_1 = 0.70$ , on a une première relation de surclassement triviale  $S_A^{\lambda_1}$  obtenue en ne retenant que les arcs de la relation de surclassement floue pour lesquels

$$0.70 < d(a, b).$$

De même, on peut affirmer que le surclassement de  $a_8$  par  $a_2$  est significativement plus crédible que celui de  $a_2$  par  $a_8$  car on a :

$$d(a_2, a_8) > d(a_8, a_2) + s(d(a_2, a_8)).$$

En effet :

$$1 > 0.41 + (0.30 - 0.15 \times 0.41).$$

Par contre, les surclassements de  $a_2$  par  $a_7$  et  $a_7$  par  $a_2$  sont aussi crédibles l'un que l'autre car

$$d(a_2, a_7) < d(a_7, a_2) + s(d(a_2, a_7))$$

et  $d(a_7, a_2) < d(a_2, a_7) + s(d(a_7, a_2)).$



### I.2.2. Principe général de la méthode

L'objet de la méthode est, tout comme ELECTRE II, d'exhiber deux préordres différents obtenus à partir de la relation de surclassement floue. Le premier préordre est obtenu de façon descendante, c'est-à-dire en sélectionnant tout d'abord les actions les meilleures (première classe) puis les suivantes, etc. jusqu'aux plus mauvaises. Le second préordre est, lui, obtenu de façon ascendante, c'est-à-dire en sélectionnant en premier lieu les actions les plus mauvaises, etc.

Ces deux préordres sont, bien sûr, le plus souvent différents et c'est l'intersection de ces deux préordres, donc un préordre partiel, qui constituera le rangement le plus fiable (le moins totalitaire) exploitable au sortir de l'algorithme.

#### Comment obtient-on ces deux préordres ?

Nous avons vu (§ I.2.1) que, si l'on fixe un niveau de séparation  $\lambda_1$  tel que  $\lambda_1 < 1$  et si l'on ne retient de la relation de surclassement floue que les arcs  $(a, b)$  pour lesquels

$$\lambda_1 < d(a, b),$$

alors on obtient une relation de surclassement triviale  $S_A^{\lambda_1}$ .

Dès lors, supposons que l'on possède un moyen de départager les actions sur la base de cette relation  $S_A^{\lambda_1}$  en trois classes : les meilleures actions  $\bar{D}$ , les plus mauvaises  $\underline{D}$ , les autres  $A \setminus (\bar{D} \cup \underline{D})$ . Il est possible alors de continuer ce processus en ne retenant que les actions appartenant à  $\bar{D}$  (classement descendant) ou que les actions appartenant à  $\underline{D}$  (classement ascendant) et en tentant de les départager à nouveau sur la base d'une seconde relation de surclassement triviale d'un niveau  $\lambda_2 < \lambda_1$  et ainsi de suite.

Ce processus, appelé distillation, permet d'exhiber une première classe qui sera :

- la première classe du préordre descendant si l'on a travaillé sur l'ensemble  $\bar{D}$  (distillation descendante) ;
- la dernière classe du préordre ascendant si l'on a travaillé sur l'ensemble  $\underline{D}$  (distillation ascendante).

Ce sont ce procédé de tripartition et ce processus de distillation que nous présentons ci-après.

### I.2.3 Le concept de $\lambda$ -qualification

Considérons une relation de surclassement triviale  $S_B^\lambda$ . Cela signifie qu'on n'acceptera le surclassement de  $b$  par  $a$  que si  $d(a, b) > \lambda$ .

De plus, par ailleurs, on n'acceptera cette assertion que si  $a S_B^d b$  est significativement plus crédible que  $b S_B^d a$ , autrement dit si :

$$d(a, b) > d(b, a) + s(d(a, b)).$$

Dès lors, on peut trouver l'ensemble des actions  $b$  que  $a$  surclasse significativement plus fortement que  $b$  ne surclasse  $a$  et l'on calculera :

$$p_B^\lambda(a) = |\{b \in B / d(a, b) > \lambda \text{ et } d(a, b) > d(b, a) + s(d(a, b))\}|.$$

$p_B^\lambda(a)$  est la  $\lambda$ -puissance de l'action  $a$ .

De même, on peut trouver l'ensemble des actions qui surclassent  $a$  plus fortement que  $a$  ne les surclasse et l'on calculera :

$$f_B^\lambda(a) = |\{b \in B / d(b, a) > \lambda \text{ et } d(b, a) < d(a, b) + s(d(b, a))\}|.$$

$f_B^\lambda(a)$  est la  $\lambda$ -faiblesse de  $a$ .

On appelle  $\lambda$ -qualification de l'action  $a$  par rapport à l'ensemble  $B$

$$q_B^\lambda(a) = p_B^\lambda(a) - f_B^\lambda(a).$$

On voit bien que cet indicateur exprime de façon claire les positions relatives des actions de l'ensemble  $B$ .

Et, au seuil  $\lambda$ , on peut trouver :

- l'ensemble  $\bar{D}_1$  des meilleures actions de  $B$

$$\bar{D}_1 = \{a \in B / q_B^\lambda(a) = \bar{q} = \text{Max}_{a \in B} q_B^\lambda(a)\}$$

qui est le sous-ensemble de  $B$  des actions qui ont une  $\lambda$ -qualification maximum ;

- l'ensemble  $\underline{D}_1$  des plus mauvaises actions de  $B$

$$\underline{D}_1 = \{a \in B / q_B^\lambda(a) = \underline{q} = \text{Min}_{a \in B} q_B^\lambda(a)\}$$

qui est le sous-ensemble de  $B$  des actions qui ont une  $\lambda$ -qualification minimum.

#### EXEMPLE DE REFERENCE

Fixons le seuil  $\lambda_1$  à 0.67. On obtient le surclassement trivial de la figure 1.

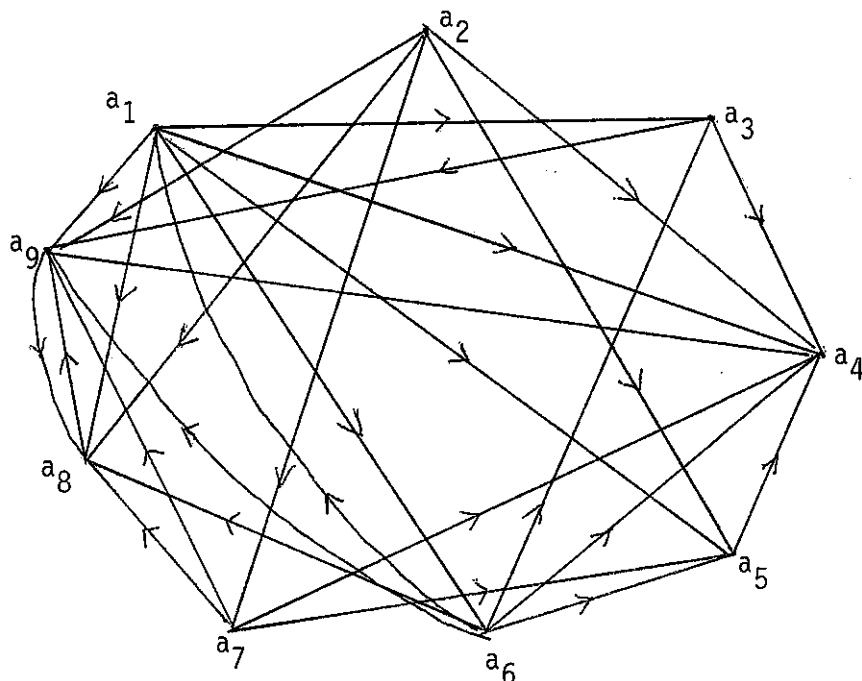


FIGURE 1

Calculons la  $\lambda_1$ -qualification de  $a_1$ .

L'ensemble des actions susceptibles d'être significativement surclassées par  $a_1$  au seuil  $\lambda$  est :

$$\{a_3, a_4, a_5, a_6, a_8, a_9\}.$$

Les actions que  $a_1$  surclasse significativement plus fortement qu'elles ne surclassent  $a_1$  sont :

$$\{a_3, a_4, a_5, a_8, a_9\} \quad p_A^{\lambda_1}(a_1) = 5$$

$$\text{et } f_A^{\lambda_1}(a_1) = 0 \quad q_A^{\lambda_1}(a_1) = 5$$

On trouvera que 5 est la  $\lambda_1$ -qualification maximale et que trois actions atteignent cette valeur :  $a_1, a_2, a_6$ .

On a donc obtenu un premier distillat en vue de la constitution de la première classe du classement descendant. Idem avec la  $\lambda$ -qualification minimale.

#### I.2.4 Le processus de distillation sur un ensemble $B \subset A$

L'algorithme fonctionne de la façon suivante (très brièvement) :

$\alpha$ ) En premier lieu, on fixe  $\lambda_0 = \text{Max}_{a,b \in B} d(a, b)$ .

$\beta$ ) Poser  $K = 0, D_0 = B$ .

$\gamma$ ) Puis, parmi tous les arcs de la relation de surclassement floue dont la crédibilité est inférieure à  $\lambda_K - s(\lambda_K)$ , on choisit celui qui est de valuation maximum et l'on pose :

$$\lambda_{K+1} = \frac{\text{Max}_{\{d(a,b) < \lambda_K - s(\lambda_K)\}} d(a, b)}{a, b \in D_K}$$

$\delta$ ) On calcule les  $\lambda$ -qualifications de toutes les actions de  $D_K$ .

$\epsilon$ ) On obtient les  $\lambda$ -qualifications maximum ou minimum :

$$\bar{q}_{D_K} \text{ ou } \underline{q}_{D_K}$$

$\zeta$ ) On obtient l'ensemble :

$$\bar{D}_{K+1} = \{a \in D_K / q_{D_K}^{\lambda_{K+1}}(a) = \bar{q}_{D_K}\}$$

ou

$$\underline{D}_{K+1} = \{a \in D_K / q_{D_K}^{\lambda_{K+1}}(a) = \underline{q}_{D_K}\}.$$

η) TEST D'ARRET si  $|\bar{D}_{K+1}| = 1$  ou  $|\underline{D}_{K+1}| = 1$  ou  $\lambda_{K+1} = 0$ .  
 Alors  $\bar{C}_1 = \bar{D}_{K+1}$  est la première du classement descendant  
 ou  $\underline{C}_h = \underline{D}_{K+1}$  est la dernière du classement ascendant.

Fin de la distillation.

Sinon remplacer  $\bar{D}_K$  par  $\bar{D}_{K+1}$   
 ou  $\underline{D}_K$  par  $\underline{D}_{K+1}$   
 remplacer  $\lambda_K$  par  $\lambda_{K+1}$   
aller en  $\gamma$ .

Pour classer toutes les actions de l'ensemble B, on recommence toute la distillation (ascendante ou descendante) en remplaçant B par  $B \setminus (C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_1)$  (cas d'une distillation descendante) où  $C_1, C_2, \dots, C_1$  sont les premières classes obtenues ou par  $B \setminus (C_h \cup \dots \cup C_{h-1} \cup C_h)$  (cas d'une distillation ascendante) où  $C_r, \dots, C_{h-1}, C_h$  sont les premières classes obtenues, donc les dernières classes du préordre.

#### EXEMPLE DE REFERENCE

Partons des résultats obtenus au paragraphe précédent où nous avons commencé une distillation descendante.

Nous avons obtenu un premier distillat

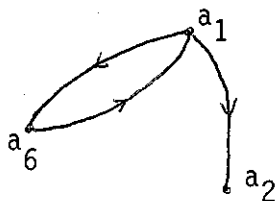
$$\bar{D}_1 = \{a_1, a_2, a_6\}$$

avec  $\lambda_1 = 0,67$ .

Cherchons  $\lambda_2 = \underset{a, b \in D_1}{\text{M a x}}_{d(a, b) < \lambda_1 - s(\lambda_0)} d(a, b)$ .

Nous obtenons  $\lambda_2 = 0,47$ .

A ce seuil, nous trouvons le graphe suivant :



Nous trouvons alors :

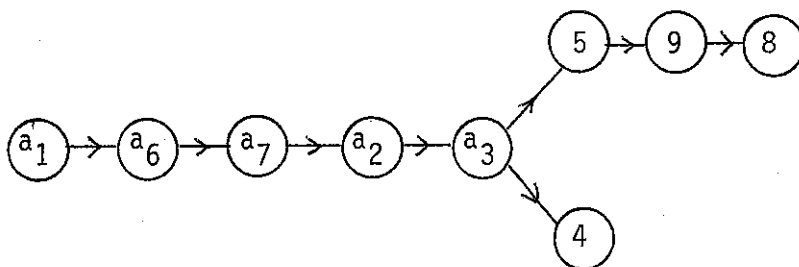
$$q_{D_1}^{\lambda_2}(a_1) = 1 \quad q_{D_1}^{\lambda_2}(a_2) = -1 \quad q_{D_1}^{\lambda_2}(a_6) = 0,$$

d'où le distillat final  $D_2 = \{a_1\}$  qui constitue la première classe du classement descendant.

Pour obtenir les classes suivantes, il suffit de recommencer la distillation sur l'ensemble  $A \setminus D_2$ .

Pour obtenir le classement ascendant, il faut développer de nouveau l'algorithme en remplaçant la maximisation de la  $\lambda$ -qualification par sa minimisation.

On trouvera les deux classements obtenus dans la deuxième partie, le préordre partiel obtenu par l'intersection de ces deux classements pouvant être visualisé de la façon suivante :



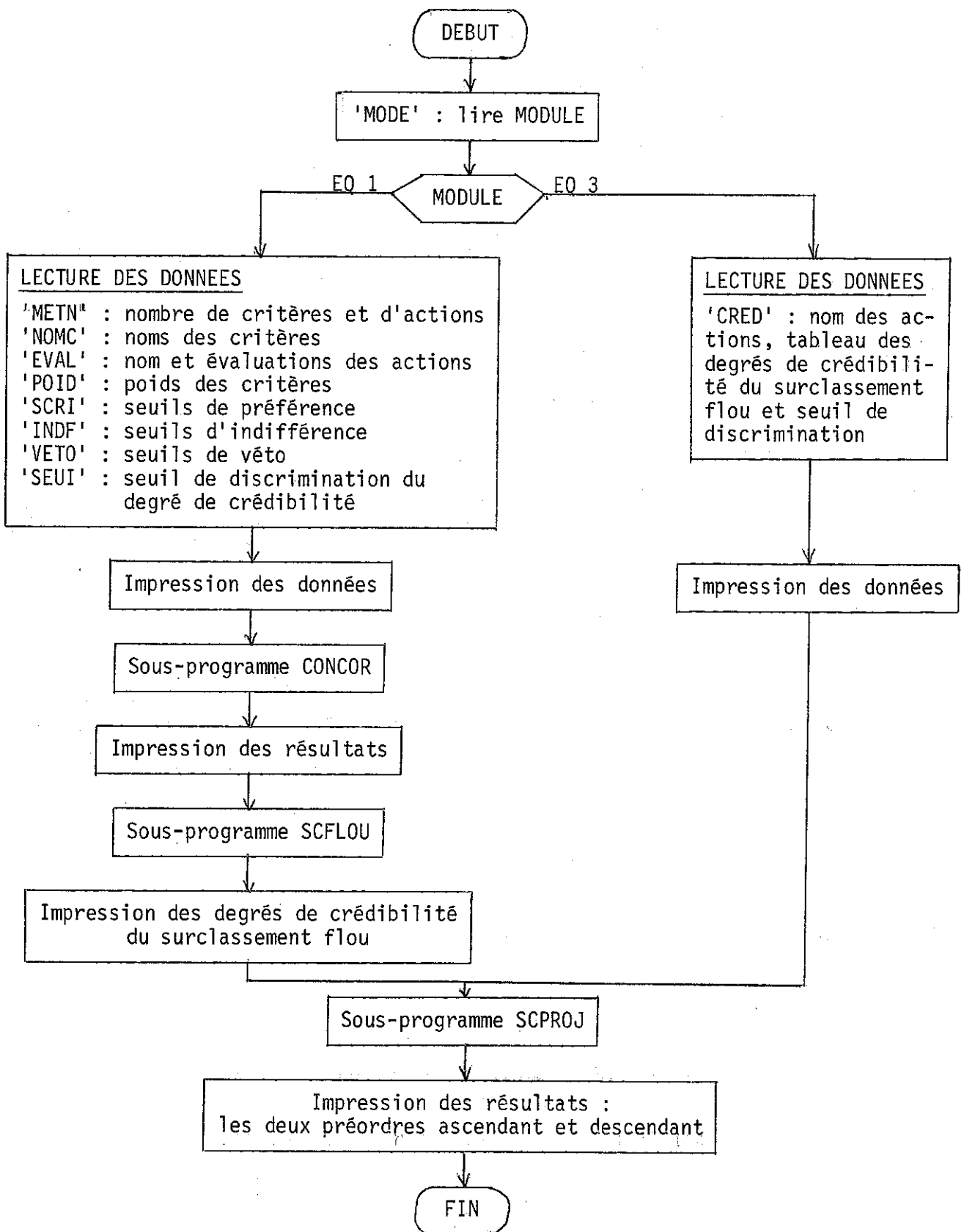
## II. UTILISATION DU PROGRAMME

Comme on l'a vu, le programme ELECTRE III traite de deux problèmes bien distincts :

- 1) Construction d'une relation de surclassement floue.
- 2) A partir d'une relation de surclassement floue, classement de l'ensemble des actions candidates.

Le programme peut donc être décrit de la manière suivante :





Fonction de chaque sous-programme :

CONCOR : calcule les degrés de crédibilité spécifiques à chacun des critères puis l'indice de concordance.

SCFLOU : calcule les indices de discordance puis le degré de crédibilité du surclassement flou.

SCPROJ : effectue les distillations ascendante et descendante et fournit les deux préordres correspondant.

## II.1 Information sur les données nécessaires

### II.1.1 Les évaluations des actions

Dans le cas où l'on veut utiliser la méthode de construction d'une relation de surclassement floue présentée ici, la donnée de ces évaluations est nécessaire. On a pu, à ce propos, s'étonner de la forme des évaluations proposées dans l'exemple de référence.

Il est important de noter que de telles échelles comprises entre 0 et 1 ne sont pas exigées pour le bon fonctionnement de la méthode. Ceci est clair si l'on a bien présent à l'esprit que cette méthode opère totalement indépendamment des évaluations et de l'étendue des échelles et en ne tenant compte que des écarts d'évaluations des actions. On pourra donc utiliser des échelles d'étendue quelconque, des critères quantitatifs ou qualitatifs.

### II.1.2 Les seuils d'indifférence et de préférence stricte

Dans le programme ELECTRE III présenté ici, les seuils d'indifférence et de préférence stricte sont considérés comme des fonctions linéaires des évaluations.

On aura donc :

$$\forall j \quad q_j [g_j(a)] = \alpha_j + \beta_j \cdot g_j(a)$$

et

$$\forall j \quad s_j [g_j(a)] = t_j + v_j \cdot g_j(a).$$

Deux conditions doivent être satisfaites :

- $\forall j$  et  $\forall a \in A \quad q_j [g_j(a)] \leq s_j [g_j(a)]$  ;
- les seuils  $q_j$  et  $v_j$  doivent, comme toute fonction seuil, vérifier (cf. [5]) :

$$\forall j \quad \frac{s_j [g_j(a)] - s_j [g_j(a')]}{g_j(a) - g_j(a')} > -1 \quad \forall a \quad \forall a'$$

idem pour  $q_j$ .

### II.1.3 Le seuil de veto

Trois formes de seuil de veto peuvent être utilisées au choix :

- $v_j [g_j(a)] = \alpha_j + \beta_j g_j(a)$  avec la condition  $v_j [g_j(a)] \geq s_j [g_j(a)]$ .
- $v_j [g_j(a)] = s_j [g_j(a)] + \alpha_j / p_j \quad \forall j$ , ce qui exprime que le seuil de veto est d'autant plus grand que le poids du critère est petit. Autrement dit, une forte discordance sur un critère de faible importance ne peut pas conduire à un affaiblissement important de l'indice de concordance.
- $v_j [g_j(a)] = s_j [g_j(a)] + \alpha_j \cdot g_j(a) / p_j \quad \forall j$  ; même principe ici mais le seuil de veto est une fonction linéaire de l'évaluation.

### II.1.4 Le seuil de discrimination

Le seuil de discrimination  $s(\lambda)$  n'est pas de la même nature que les seuils d'indifférence, de préférence stricte ou de veto. En effet, si ces derniers sont liés à la structure même du problème à traiter (imprécision des évaluations, importance relative des critères) et donc à la modélisation de ce problème, le seuil  $s(\lambda)$ , lui, est un paramètre moteur de l'algorithme lui-même. Il appartient, d'une certaine façon, à la "boîte noire" de la méthode.

Il semble pourtant intéressant que l'utilisateur puisse le manipuler à sa guise, ne serait-ce que pour tester la sensibilité de la méthode en observant les variations des classements finaux en fonction des variations du seuil  $s(\lambda)$ . Mais cela ne peut être fait sans précautions et les valeurs de ce paramètre devraient vérifier les conditions suivantes :

- La fonction  $s(\lambda)$  est une fonction linéaire de  $\lambda$ .  
 $s(\lambda) = \alpha + \beta\lambda$ . Mais elle doit être, de préférence, une fonction décroissante de  $\lambda$ .

Il est clair en effet que lorsque  $\lambda$  décroît, c'est-à-dire lorsque le degré de crédibilité décroît, il devient de moins en moins utile de fixer des niveaux de séparation trop proches les uns des autres.

On posera donc :

$$s(\lambda) = \alpha - \beta\lambda \text{ avec } \alpha > 0 \quad \beta > 0.$$

- Par contre, il est nécessaire qu'au début d'une distillation, la crédibilité du surclassement étant très forte, les niveaux de séparation soient assez proches les uns des autres.

On posera donc :  $0.05 < s(1) < 0.2$   
 soit  $0.05 < \alpha - \beta < 0.2$ .

- Enfin, lorsque l'on approche des valeurs très faibles du degré de crédibilité, il est souhaitable d'accélérer le processus et l'arrêt de l'algorithme.

Celui-ci a lieu dès que  $\lambda_K = 0$ , soit lorsque  $s(\lambda) = \lambda$  ou bien lorsque  $\lambda = \frac{\alpha}{1 + \beta}$  et l'on posera :

$$0.2 < \frac{\alpha}{1 + \beta} < 0.5.$$

## II.2 Lecture des données

### II.2.1 Règles

Chaque lecture de données doit être annoncée par une carte commande. Ces cartes commande sont les suivantes :

\* 'MODE' : commande la lecture de la variable MODULE.

- Si MODULE = 1 : utilisation de l'algorithme d'ELECTRE III de construction de la relation de surclassement flou puis de l'algorithme de classement. Dans ce cas, on doit lire les noms et les poids des critères, les noms des actions ainsi que leurs évaluations et les valeurs des seuils d'indifférence, de préférence, de veto et le seuil de discrimination.

- Si MODULE = 3 : on n'utilise que l'algorithme de classement. Dans ce cas, on doit lire le nombre d'actions et leurs noms, le tableau  $N \times N$  des degrés de crédibilité de la relation de surclassement flou et le seuil de discrimination.

#### a) Cartes commande à utiliser dans le cas où MODULE = 1

\* 'METN' : commande la lecture des nombres de critères et d'actions.

\* 'NOMC' : commande la lecture des noms des critères.

\* 'EVAL' : commande la lecture des noms et des évaluations des critères.

\* 'POID' : commande la lecture des poids des critères.

\* 'SCRI' : commande la lecture des seuils de préférence.

\* 'INDF' : commande la lecture des seuils d'indifférence.

\* 'VETO' : commande la lecture des seuils de veto.

\* 'SEUI' : commande la lecture du seuil de discrimination du degré de crédibilité.

#### b) Carte commande à utiliser dans le cas où MODULE = 3

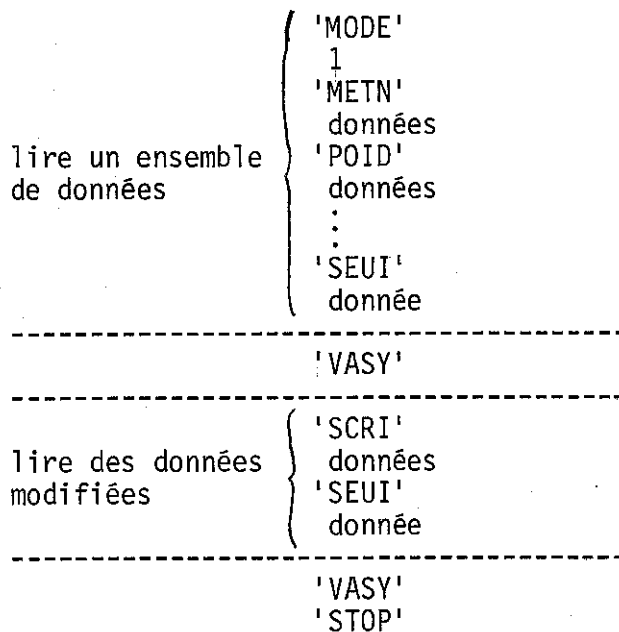
\* 'CRED' : commande la lecture de, successivement :

- le nombre et les noms des actions ;
- le degré de crédibilité du surclassement flou ;
- le seuil de discrimination.

c) Cartes commande à utiliser dans les deux cas

- \* 'VASY' : commande l'exécution d'un passage.
- \* 'STOP' : commande la fin d'exécution.

Ces deux cartes commande permettent donc, pour un problème donné, d'effectuer plusieurs passages. Pour cela, il faut procéder de la façon suivante :



### II.2.2 Lecture

D'une façon générale, le format des données numériques est un format libre. L'utilisateur peut donc choisir celui qui lui convient le mieux. Seul compte alors le nombre de valeurs qui sont données à lire. Celles-ci doivent donc être séparées par un blanc ou une virgule.

#### Carte n° 1

lire : . 'MODE' cadré à gauche suivi d'une autre carte où figure la valeur de MODULE (1 ou 3).

Si MODULE = 1 lire successivement les cartes commandes et les données suivantes :

- . lire KODJ et KKODJ sur 1 carte
 

- KODJ = 1, Impression des $d_j$	}	sinon = 0
- KODJ = 1, Impression des $D_j$		
- . ' M E T N ' suivie d'une carte où figurent deux valeurs critères (séparées par un blanc) :

- le nombre de critères ;
- le nombre d'actions.

M N	
1	

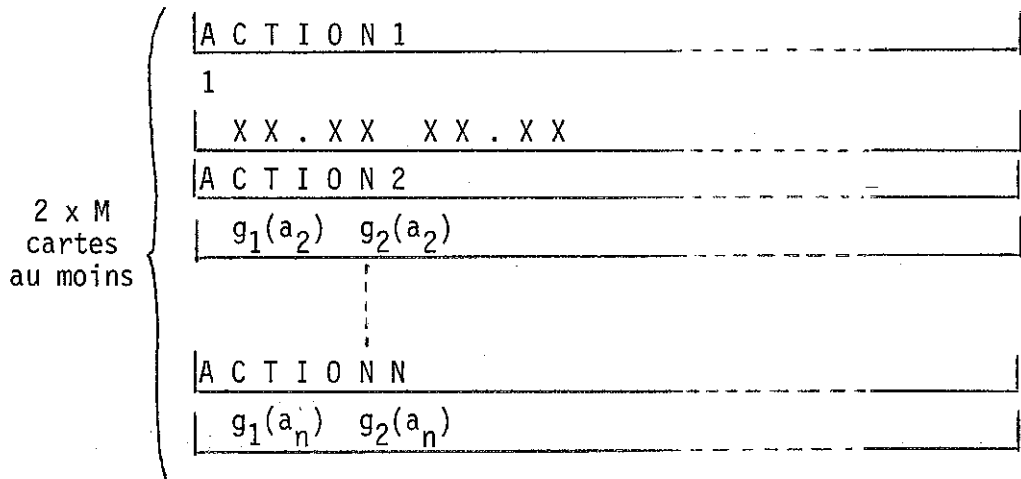
- . ' N O M C ' suivie de M cartes : sur chacune d'elles figure le nom d'un critère cadré à gauche sur 32 caractères.

M cartes	{	C R I T E R E 1	
		1	
		C R I T E R E 2	
		⋮	
		C R I T E R E M	
		1	

- . ' E V A L ' suivie, pour chaque action, de deux cartes au moins (au total au moins 2 x N cartes) :

- sur la première, NOM DE L'ACTION sur 32 caractères cadré à gauche ;
- sur les suivantes, les évaluations de l'action : donc M valeurs séparées par un blanc sur une ou plusieurs cartes. Les évaluations doivent être données dans le même ordre que les poids des critères.





- ' P O I D ' --- suivie d'une ou plusieurs cartes où figurent M valeurs de poids séparés par un blanc ; les poids doivent être données dans le même ordre que les noms des critères

$P_1 \quad \text{ } P_2 \quad \text{ } P_3 \quad \text{---} \quad P_M$
↑ blanc

- ' S C R I ' --- suivie d'une ou plusieurs cartes où sont définis les seuils de préférence stricte. Il faut donc lire 2 x M valeurs séparées par un blanc car  $s_j(g_j(a)) = \alpha_j + \beta_j g_j(a)$

$\alpha_j \quad \beta_j \quad \alpha_2 \quad \beta_2 \quad \text{---} \quad \alpha_n \quad \beta_n$
---

- ' I N D F ' --- suivie, de même, d'une ou plusieurs cartes contenant 2 x M valeurs puisque  $q_j(g_j(a))$  est de la forme  $\alpha_j + \beta_j(g_j(a))$

$\alpha_1 \quad \beta_1 \quad \text{---} \quad \alpha_n \quad \beta_n$
--

- ' V E T O ' --- suivie, de 2 x M cartes : pour chaque critère, il faut deux cartes :

- Sur la première figure une valeur entière (0, 1 ou 2) qui définit la forme du seuil de veto :

$$\text{CODE} = 0 \quad v_j(g_j(a)) = \alpha + \beta g_j(a)$$

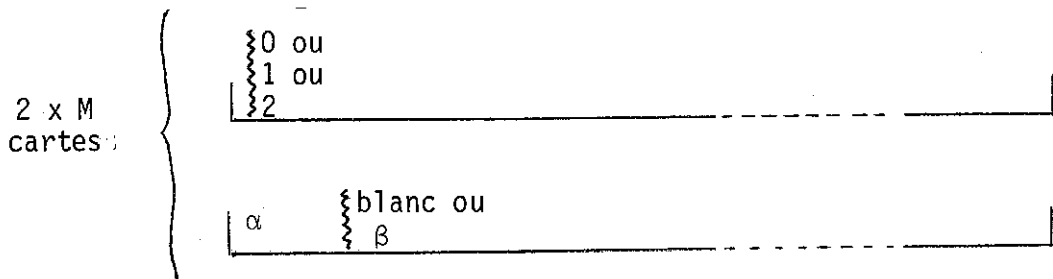
$$\text{CODE} = 1 \quad v_j(g_j(a)) = s_j(g_j(a)) + \alpha/p_j$$

$$\text{CODE} = 2 \quad v_j(g_j(a)) = s_j(g_j(a)) + \alpha g_j(a)/p_j.$$

- La deuxième contient les valeurs des paramètres correspondants, soit :

1 valeur si CODE = 1 ou 2

2 valeurs séparées par un blanc si CODE = 0



. ' S E U I ' suivie d'une carte où figurent deux valeurs séparées par un blanc car  $s(\lambda) = \alpha + \beta\lambda$

|  $\alpha$   $\beta$  |

. ' V A S Y ' commande l'exécution.

. Eventuellement, de nouvelles données modifiant certains des paramètres suivant les mêmes principes que précédemment suivie d'une nouvelle commande 'VASY'.

. ' S T O P ' commande la fin de l'exécution.

Si **MODULE = 3** lire les cartes commande suivantes :

. ' C R E D ' suivi des données :

- 1 carte contenant le nombre d'actions

| N |

- N cartes contenant chacune le nom d'une action sur 32 caractères cadrés à gauche

N  
cartes

A C T I O N 1
A C T I O N 2
⋮
A C T I O N I
⋮
A C T I O N N

- Au moins N cartes définissant les valeurs du degré de crédibilité de la relation de surclassement flou. On définit la matrice ligne par ligne. L'ordre des actions en colonne ou en ligne est celui choisi lors de la lecture des noms des actions. On doit donc lire N fois une ou plusieurs cartes. Sur chacune de ces cartes (ou groupes de cartes) figurent N valeurs séparées par un blanc.

ici  
2 x N cartes

$d(a_1, a_1) \ \emptyset \ d(a_1, a_2) \ \emptyset \ d(a_1, a_3) \ \dots \ d(a_1, a_i)$
$d(a_1, a_{i+1}) \ \dots \ d(a_1, a_n)$
$d(a_2, a_1) \ \emptyset \ d(a_2, a_2) \ \emptyset \ d(a_2, a_3) \ \dots \ d(a_2, a_i)$
$d(a_2, a_{i+1}) \ \emptyset \ \dots \ d(a_2, a_n)$
⋮
$d(a_n, a_1) \ \emptyset \ d(a_n, a_2) \ \emptyset \ d(a_n, a_3) \ \dots \ d(a_n, a_i)$
$d(a_n, a_{i+1}) \ \emptyset \ \dots \ d(a_n, a_n)$

- | ' S E U I ' | --- suivi d'une carte contenant les deux paramètres du seuil de discrimination

| α   β |

- | ' V A S Y ' | ---

- éventuellement une modification des données suivie d'une carte 'VASY'.

- | ' S T O P ' | --- fin de l'exécution.

### II.2.3 Bordereau de données pour l'exemple de référence



(suite)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30

```

' V E T O '
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
0
0 . 1 5 Ø 0 . 2 5
' S E U I '
0 . 3 0 Ø . 0 . 1 5
' V A S Y '
' S E U I '
0 . 2 5 Ø . 0 . 1 0
' V A S Y '
' S T O P '

```

seuils de veto

← première exécution : premier passage  
 ← modification du seuil de discrimination  
 ← deuxième passage  
 ← fin de l'exécution

II.3 Impression des résultats

	V A L E U R D E C R I T E R E S								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A C T I O N :									
1 A1	0.750	0.750	0.600	0.500	0.500	0.500			
2 A2	0.500	0.500	0.600	0.700	0.700	0.700			
3 A3	0.750	0.750	0.300	0.700	0.500	0.500			
4 A4	0.600	0.600	0.300	0.700	0.100	0.100			
5 A5	0.600	0.600	0.600	0.500	0.100	0.100			
6 A6	0.750	0.750	0.500	0.500	0.500	0.500			
7 A7	0.500	0.500	0.700	0.700	0.700	0.700			
8 A8	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500			
9 A9	0.500	0.500	0.300	0.700	0.500	0.500			

C R I T E R E :	POIDS	SEUIL DE PREFERENCE STRICTE	INTERVALLE DE DISCORDANCE	SEUIL D'INDIFFERENCE
1 RATIO 1	1.00	0.00 *	0.15 + 0.25 *G(A)	0.05 + 0.00 *G(A)
2 RATIO 2	1.00	0.00 *	0.15 + 0.25 *G(A)	0.05 + 0.00 *G(A)
3 RATIO 3	1.00	0.00 *	0.15 + 0.25 *G(A)	0.05 + 0.00 *G(A)
4 RATIO 4	1.00	0.00 *	0.15 + 0.25 *G(A)	0.05 + 0.00 *G(A)
5 RATIO 5	1.00	0.00 *	0.15 + 0.25 *G(A)	0.05 + 0.00 *G(A)

CLASSEMENT DES 9 ACTIONS SEUIL=0.300 + LAMBDA \* -0.150

ACTION 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1.00	0.60	0.80	0.80	1.00	1.00	0.50	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00	0.80	1.00
2	0.60	1.00	0.60	0.73	0.73	0.60	0.90	1.00	1.00	0.60	0.90	1.00	0.60	0.90	1.00	0.60	0.90	1.00	0.60	0.90
3	0.80	0.60	1.00	1.00	0.80	0.80	0.60	0.80	1.00	0.80	0.60	0.80	1.00	0.80	0.60	0.80	1.00	0.80	0.60	0.80
4	0.20	0.60	0.40	1.00	0.80	0.20	0.60	0.60	0.80	0.20	0.60	0.60	0.80	0.20	0.60	0.60	0.80	0.20	0.60	0.60
5	0.40	0.60	0.20	0.80	1.00	0.40	0.50	0.80	0.60	0.40	0.50	0.80	0.60	0.40	0.50	0.80	0.60	0.40	0.50	0.80
6	0.87	0.47	0.80	0.80	0.87	1.00	0.40	1.00	0.80	0.87	1.00	0.40	1.00	0.80	0.87	1.00	0.40	1.00	0.80	0.87
7	0.60	1.00	0.60	0.73	0.73	0.60	1.00	1.00	1.00	0.60	1.00	1.00	1.00	0.60	1.00	1.00	1.00	1.00	0.60	1.00
8	0.47	0.47	0.40	0.53	0.60	0.60	0.40	1.00	0.80	0.47	0.47	0.40	0.53	0.60	0.60	0.40	1.00	0.80	0.47	0.47
9	0.40	0.60	0.60	0.73	0.53	0.40	0.60	0.80	1.00	0.40	0.60	0.80	1.00	0.40	0.60	0.80	1.00	0.40	0.60	0.80





CLASSEMENT DE ACTIONS  
\*\*\*\*\*

DISTILLATION DESCENDANTE

POSITION	ACTION
1	1
2	5
3	3
4	2
5	7
6	5
7	9
8	8
9	4

DISTILLATION ASCENDANTE

POSITION	ACTION
1	1
2	6
3	7
4	2
5	3
6	4
7	5
8	9
9	8

BIBLIOGRAPHIE

- [1] MARCHET J.C., "Décision en matière d'environnement : Etudes et critères d'évaluation", Thèse de 3e Cycle en Sciences des Organisations, Université de Paris-Dauphine, juin 1980.
- [2] MARCHET J.C., SISKOS J., "Decision analysis applied to environment : the case of the choice of a highway line", Communication présentée au Congrès EURO III, Amsterdam, 9-11 avril 1979.
- [3] MARTIN-FARRUGIA G., SILHOL D., "Aide à la décision pour un problème d'allocation de poste dans l'administration publique", Mémoire de DEA 3 MS, Université de Paris-Dauphine, septembre 1979.
- [4] ROY B., "Critères multiples et modélisation des préférences : l'apport des relations de surclassement", Revue d'Economie Politique, 84, n° 1, janvier-février 1974.
- [5] ROY B., "Vers une méthodologie générale d'aide à la décision", Revue METRA, Vol. XIV, n° 3, 1975.
- [6] ROY B., "ELECTRE III : un algorithme de classements fondé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples", Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Opérationnelle, Vol. 20, n° 1, 1978.
- [7] SISKOS J., "La modélisation des préférences au moyen de fonctions d'utilité additives", Thèse de 3e Cycle en Mathématiques Appliquées, Université de Paris VI, juin 1979.